银河期货 GALAXY FUTURES

金融衍生品研究所

基于目标波动率的资产组合管理

报告日期：2023-12-29

研究员：张晨　　投资咨询证号：Z0015334　　zhangchen_qh@chinastock.com.cn

联系人：刘晨昱　　期货从业证号：F03116799　　liuchenyu_qh@chinastock.com.cn

报告摘要

波动率是最为常见和简明的风险指标，它在投资组合整体的风险控制和管理中起着至关重要的作用。本文介绍了一种基于“目标波动率”的风险管理方案（volatility targeting），在这一框架下，需要根据对未来的预期波动率动态地调整组合的风险敞口，使其保持在一个相对稳定的水平，也就是预先设定好的目标波动率。在理论方面，我们从期货资金管理的角度出发，对这一方法的底层逻辑和理论基础进行了细致的解读和剖析。在实证方面，我们的研究表明，对于中国市场的各大资产类别（股票、债券、商品），使用目标波动率法均可以对投资组合的长期表现产生积极的影响，提升组合的夏普比和卡玛比，构建出一个更加稳健的投资组合。

基于本框架，我们在5%，10%，15%的目标波动率下，使用各品种期货构建了三套风险等级水平不同的大类资产配置组合，在七年半的回测时间里分别取得了9.5%、17.3%和28.0%的年化收益率，且夏普比均在1.8以上、卡玛比均在1.3以上，相对于静态的买入并持有组合存在超额收益和超额夏普。

目录

1. 目标波动率法简介 3
1.1 理论动机：时间序列上的风险平价 3
1.2 目标波动率锁定的实现 4
2. 从期货资金管理的角度看目标波动率 4
2.1 固定金额建仓与固定比例建仓 5
2.2 最优仓位比例：Kelly 准则 6
2.3 连续盈亏分布下的 Kelly 准则 8
2.4 从回撤的角度看 Kelly 准则 9
2.5 波动率与收益率的负相关性 10
3. 中国市场中的实证检验 10
3.1 股票 10
3.2 债券 11
3.3 商品 11
3.4 多资产组合配置 13
4. 总结与展望 17
5. 附录 18
5.1 二元盈亏下的 Kelly 准则推导 18
5.2 连续盈亏下的 Kelly 准则推导 19
5.3 累计盈亏的概率分布演化 21
作者承诺 23
免责声明 23
联系方式 23

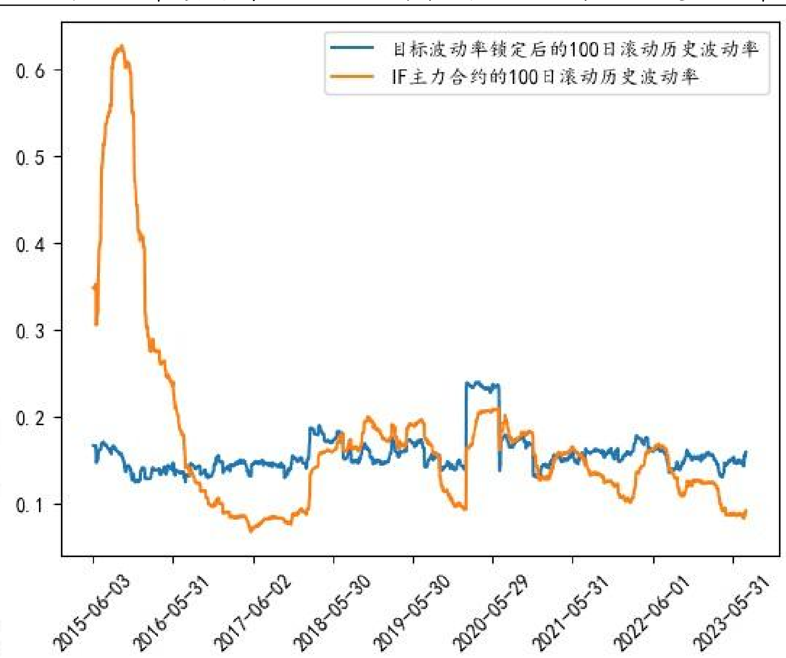
1. 目标波动率法简介

1.1 理论动机：时间序列上的风险平价

在诸多基于风险进行资产配置的量化模型中，由钱恩平博士在2005年首次系统性提出的风险平价（risk parity）方法最富盛名，其后被海内外的各大“全天候”基金所采用，并发展出了许多不同的形式和改良方案。和传统的投资组合管理模式相比，风险平价模型提出在构建一个多样化的投资组合时，配置的重点不在于均匀分配不同资产的名义价值（市值），而在于均匀分配不同资产的风险敞口，使得各个子资产的涨跌对整体的影响比较接近，从而得到一个不会受到单一资产过大影响、在不同市场环境下表现更加均衡而稳健的投资组合。

风险平价模型强调的是在横截面上通过资产分散化实现风险多样化分配，使得每个子资产对投资组合贡献等量的风险，假如我们**切换一下视角，从横向变为纵向，考虑投资组合在时间序列上的风险变化情况**呢？对于一般的投资组合来说，即使内部进行了风险的均摊，整体上随着市场行情的不断变化其波动依然会起起伏伏，带来不稳定的风险属性。如果我们用波动率来刻画风险，希望得到随着时间推移、市场演进而波动率始终维持在一个常数附近的投资组合，**实现时间序列上的等风险，从而能够给到投资人更加明确而稳定的风险预期，这就是目标波动率锁定（volatility targeting）的初衷**。如图表1所示，沪深300股指期货自身的波动率变化范围很大，在6%到60%之间震荡，这会使得投资组合的风险特征具有很强的不确定性，但如果将目标波动率设置在沪深300的平均水平15%，通过动态管理的方法调整组合的风险敞口使其尽量接近目标波动率，可使得组合的波动率变化范围大大缩小。我们后面的研究分析将说明，除了能达到降低波动率自身的波动这一最为直接的目的外，目标波动率法还能对投资组合的长期绩效产生积极的影响。

图表1：目标波动率锁定前后的IF主力合约100日滚动历史波动率



资料来源：iFind，银河期货

1.2 目标波动率锁定的实现

要想让投资组合的波动率尽可能地接近目标波动率，需要根据市场波动率的变化动态地调整组合的杠杆或者说仓位。在预期市场波动率偏高的时候，降低组合的仓位以减小整体的风险敞口；预期市场波动率偏低的时候，提升组合的仓位甚至加杠杆来达到目标波动率的水平。由于波动率具有聚集效应(volatility clustering)和均值回归效应，远没有收益率那么强的随机性，对价格变化范围的判断可以比对价格变化方向的判断做得更加精准，甚至一些相对简单的模型也能取得不错的效果。在完成了对未来波动率的估计后，就能够做到对投资组合杠杆率的合理调控。

定量地来讲，设某一风险资产的目标波动率为σ_{target}，预期波动率为σ_{pred}，总资金量为W_{tot}，那么暴露给该资产的风险敞口大小（持有的名义市值）W_{exposure}应由下式决定：

$$W_{\text{exposure}} = \frac{\sigma_{\text{target}}}{\sigma_{\text{pred}}} W_{\text{tot}}$$

事实上，这类通过改变杠杆水平来实现恒定目标波动率的资产管理方式最早见于海外的管理期货类基金（CTA），因为期货类策略在杠杆上具有较高的自由度和灵活性，为了建立一套系统化、可追踪、相对透明的风险管理机制，对产品整体波动率的监控和调节是重中之重。随着该模式的不断进步与完善，如今对目标波动率法的应用已经从 CTA 基金扩展到了大量更为广义的风险平价基金。关于这些海外基金建立目标波动率机制的历史、缘由和实践时的具体举措，可以参考 Man Group 的 Campbell Harvey 和 Edward Hoyle 等人在 2018 年发表的文章《The Impact of Volatility Targeting》。

2. 从期货资金管理的角度看目标波动率

既然目标波动率法最早来自 CTA 基金对杠杆的把握和调整，自然它与期货交易中的资金管理和仓位管理有着千丝万缕的联系。实际上，单一品种期货的仓位管理正是一个经典的二元资产配置问题，只不过此时要配置的资产不是股票与债券，而是投入交易的保证金和余下的现金。**本节我们将从这个角度给出目标波动率法可以提升投资组合业绩表现的理论依据和逻辑基础。**

在期货交易中，尽管一个出色的资金管理系统不能将一笔坏交易变成好交易，但一个有缺陷的资金管理系统完全有可能让那些做出最为明智交易决策的投资者也陷入最终亏损的结局。人们花了大量时间和精力去寻找那些能带来正期望收益的交易策略和信号，这确实是盈利的关键，但同样重要的是**如何将信号转化为实际的交易仓位，如何将对市场的理解和观点表达为合理的资金分配方案，这对交易系统能否成功也起着不可**

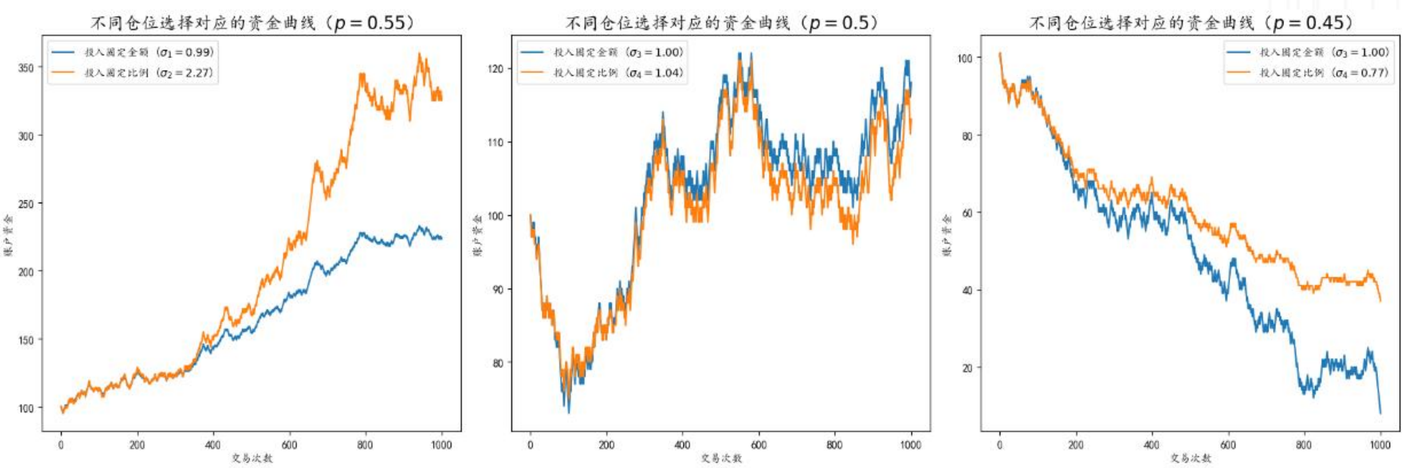
或缺的作用。事实上，比起收益率预测的高度不确定性，资金管理是整个交易过程中相对可控的那一部分，有许多数学和统计模型能帮助我们深入而严格地理解其中的作用机制。

和资产配置一样，资金管理的本质也是风险管理，不同的资金管理方案带来的是具有不同风险特性的收益率分布，投资者将自己的风险偏好表达在对收益率分布的约束中，从而在这些约束条件下优化出最佳的仓位选择。

2.1 固定金额建仓与固定比例建仓

下面先用一个通俗易懂的小例子展现一下不同仓位选择对同一交易策略的巨大影响。设想我们玩一个交易游戏，每一轮投掷一枚硬币，由玩家猜测正反面，如果猜对了盈利 x 元，如果猜错了亏损 x 元，x 的大小（仓位）由玩家自行决定。假设每次玩家猜对的概率是 55%，这便是一个玩家具有优势(edge)的正期望交易过程（单次交易的盈亏平均值大于 0）。假定玩家初始时有 100 元，可以选择每次投入固定金额，比如每次 1 元，也可以选择每次投入固定比例，比如每次 1%的总资金量，我们模拟了使用这两种仓位设置玩 1000 轮游戏的资金曲线。

图表 2：不同仓位选择对应的资金曲线



资料来源：银河期货

可以发现，尽管两种方式都能盈利，但最终的结果大有不同。二者一开始资金曲线的增长趋势很相似，不过随着交易次数的增多，固定比例仓位交易取得了比固定金额交易高得多的盈利，但与此同时资金曲线的波动也放大了很多。这种特点其实是建立在玩家在交易一个正期望策略的基础上，进一步地，如果玩家入场后没有优势甚至还有劣势的话，结果又会如何呢？我们同时又模拟了胜率为 50%（零期望）和 45%（负期望）的情形，发现在零期望的情况下，固定金额交易和固定比例交易的资金曲线比较接近，二者的收益和波动都很相似。而在负期望的情况下，两种交易方式长期来看都会亏损，但固定比例交易的资金曲线衰减速率要明显比固定金额交易的资金曲线衰减速率慢一些，且波动率也有所降低。另外，很重要的一点是固定比例交易

几乎没有“破产”的风险，因为玩家会在资金量减小后按规则缩减投入到游戏中的筹码。而在允许加杠杆的条件下，具有负期望的固定手数交易却注定会使得玩家“爆仓”。

从本质上看，这是算术增长和几何增长的区别，固定金额仓位管理中盈亏是关于标的资产价格变动线性变化的，而固定比例仓位管理却有着“盈增亏缩”的特性，使得盈亏具有了凸性(convexity)和正偏度(positive skew)，在增长的时候增长得更快，在衰减的时候衰减得更慢。用期权术语来说，这是一种 long gamma 的交易方式，债券多头、期权买方和 CTA 中的趋势跟踪类策略都具有类似属性。

在期货交易中，固定金额仓位和每次等手数建仓比较类似，而固定比例仓位则对应着等杠杆率或等风险度的建仓方式。在许多量化策略的回测中我们也确实发现，同种策略里，等杠杆率建仓或等风险度建仓往往能取得比等手数建仓更好的表现。

2.2 最优仓位比例：Kelly 准则

既然固定比例建仓有这么多优势，一个水到渠成的问题是：是否存在一个最优的仓位比例呢？如果存在的话，又该如何确定？这当然取决于投资者的效用函数是什么，想去优化的目标是什么，一种简洁明了而具有深刻内涵的解答由贝尔实验室的 John Kelly 在 1956 年给出。在 Kelly 看来，最有效的目标函数是对数收益率的期望值，在这一框架下，他推导出了仓位分配的最优比例：

$$f^* = \frac{p}{a} - \frac{q}{b}$$

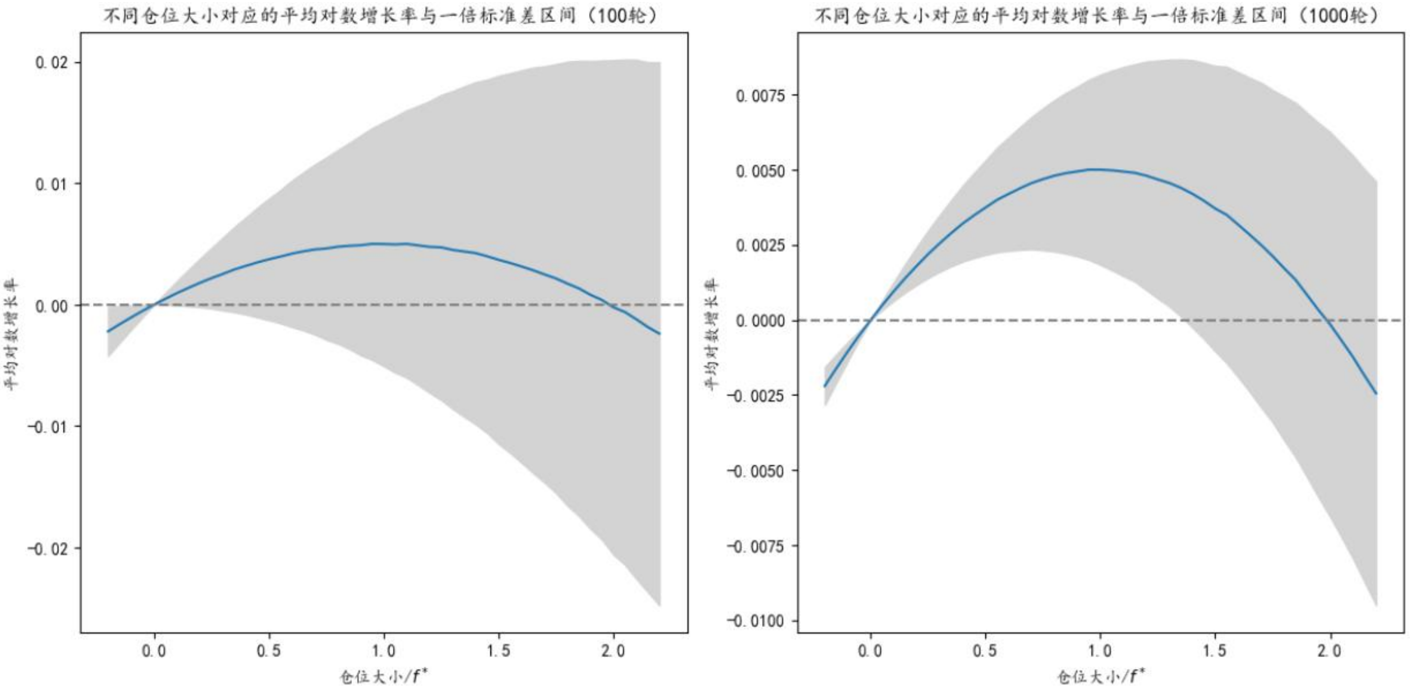
其中 p 是单次交易的胜率，$q = 1 - p$，而 $-a$ 和 b 则分别是单次交易失败和成功时取得的收益率($a, b > 0$)。

关于 Kelly 准则的详细思考和推导过程，笔者将其放在了附录中。事实上，推出这个公式的思维过程要比结果本身更有价值和启发性。

Kelly 比例可以写成 $f^* = \frac{pb - qa}{ab}$，其中分母恒正，代表这一交易游戏的波动率（振幅），而分子则是单轮游戏里收益率的期望值，所以说只有正期望的交易才值得投入 $f^* > 0$ 去做，具有负期望的交易应当投入 $f^* < 0$ 去做空，而对于那些期望收益特别大、收益风险比特别高的交易则可通过加杠杆使 $f^* > 1$ 的方式来达到 Kelly 最优状态。

考虑 $p = 0.55, a = b = 1$，分别进行 $n = 100$ 和 $n = 1000$ 轮游戏的情形，此时 Kelly 比例 $f^* = 0.1$，我们使用 Monte Carlo 方法模拟了不同仓位大小（以 Kelly 比例为单位）下对应的资金对数增长率的均值和标准差，得到了下图中这样一条先升后降、关于 $f = f^*$ 左右对称的抛物线和扇形区间。

图表 3：不同仓位大小对应的资金对数增长率分布



资料来源：银河期货

观察这一数值模拟的结果，我们可以得到几个基本结论：

（1）对于一个单轮正期望策略，在仓位大小满足 $0 < f < 2f^*$ 的条件下长期来看可以取得正的平均对数收益（或几何平均收益），且 Kelly 比例 f^* 可以使平均对数收益最大化。

（2）即使策略本身有效（正期望），但如果高估了策略所具有的优势而投入过重的仓位（$f > 2f^*$），长期来看在期望意义下也会亏损。

（3）使用 Kelly 比例去投资会引起较大的收益波动，特别是在交易次数不够多的情况下。在这个模拟游戏中，使用 Kelly 比例（10%）进行了 100 轮交易后总收益为正的概率仅为 70%；作为对比，在同样的胜率和赔率下，使用每轮固定金额投资的方式（固定为初始金额的 10%）进行了 100 轮交易后总收益为正的概率为 85%。

（4）随着仓位比例的增大，收益的波动会单调递增。例如 $f = 0.5f^*$ 和 $f = 1.5f^*$ 提供了相同的平均对数收益，但后者带来的波动要比前者大得多。

综合收益平均值与收益波动率两方面来看，Kelly 比例不仅仅应被视为一个最优参数，更应作为一个仓位上限，任何超过 Kelly 比例的持仓都无法带来更高的期望收益，只会带来更高的波动。在现实中，由于胜率和

赔率本身具有很强的不确定性，我们往往难以估计出真实的 Kelly 比例，这时更应相对保守地来选择仓位大小，宁可少不可多。所以在实际应用时，投资者比较适合去使用半 Kelly 准则或者分数 Kelly 准则，将持仓比例控制在 $\alpha f^*(0<\alpha<1)$。

2.3 连续盈亏分布下的 Kelly 准则

Kelly 准则与目标波动率、风险平价有着怎样的联系呢？要搭建起这两套体系间的桥梁，需要考虑到在真实的金融世界中投资结果远不止两种，收益率更适合用一个连续的概率分布来建模。在这种情况下，我们将使用收益率的期望 μ 和波动率 σ 代替二元模型中的胜率和赔率作为 Kelly 公式的输入参数。

我们基于不同的假设使用渐进展开法和随机微分方程法两种方式推导了连续收益分布下的 Kelly 准则，推导过程放在附录中，此处只陈述最后的结论。设仓位比例为 f，资金的对数增长率为 $g(f)$，则对数增长率的数学期望是：

$$\mathrm{E}(\ln g(f)) = -\frac{1}{2}\sigma^2 f^2 + \mu f$$

这是一条关于 f 开口向下的抛物线，其最大值在 Kelly 比例 $f^* = \dfrac{\mu}{\sigma^2}$ 处取到，为 $\dfrac{\mu^2}{2\sigma^2}$。关于这个最优比例，我们有以下几点想进一步去说明：

（1）只需估计出策略的预期收益率 μ 和预期波动率 σ 就可确定 Kelly 比例。

（2）如果体系中存在大于 0 的无风险收益率 r，Kelly 比例将被修正为 $f^* = \dfrac{\mu - r}{\sigma^2}$，不失一般性，下面均假设 $r=0$，也就是将 μ 理解为承担风险获得的收益率。

（3）对数增长率 $\ln g(f)$ 的标准差为 $f\sigma$，随着持仓比例单调递增，这也与之前二元模型下的数值模拟相吻合。

（4）当以 Kelly 比例 f^* 进行投资时，对数收益率的标准差恰好为 $\dfrac{\mu}{\sigma}$，这正是交易策略本身的夏普率！事实上，**调节仓位比例可以等价为调节整个投资组合的预期波动率，夏普率越高的策略越值得投入越重的仓位，以增大整体的波动换来更高的收益，这就是进行动态波动率调整可以提升投资组合表现的本质——我们希望让系统尽可能锁定在 Kelly 最优状态附近**（或半 Kelly 最优状态、分数 Kelly 最优状态，依投资者的风险偏好来决定）。例如沪深 300 指数的长期夏普率在 0.3 左右，那么按照半 Kelly 准则，将目标波动率锁定在 15%附近比较合适。

（5）看到这里，读者很可能会有些疑惑，资产或者策略的夏普率并不是一成不变的呀，那为何要去锁定一个恒定的目标波动率呢？诚然，如果我们能较为精确地预测某一资产未来一段时间的夏普率，并据此动态地调整目标波动率，确实可以做得更好，但对夏普率的分子——预期收益率的预测是金融界难以企及的圣杯。无数高深莫测的量化模型、深思熟虑的主观分析都在追逐着这道地平线上的梦幻光影，但没有一个单一的策略能长期有效，阿尔法只会随着市场的成熟而逐渐衰竭。简单地取一下历史平均，就能够得到一个不错的波动率估计，但对收益率取历史平均作为预期收益率的估计只会招致灾难，这也是经典的 Markowitz 均值-方差模型在业界实践中水土不服的根本原因之一，在样本内最大化夏普率还不如完全忽略掉分子，去最小化投资

组合的方差。**我们对目标波动率的研究也秉承了这一原则，承认自己对于预期收益率的无知，选择一种信息熵最大的先验分布，认为资产在不同时期的预期夏普率是相等的，这也是无数基于平价（parity）原则去进行风险管理的深层次道理，在没有较大把握时放弃择时，追求一种平均中庸而稳定可持续的结果也是一种智慧，妥协也许不会带来惊喜，但更不会带来惊吓。**

2.4 从回撤的角度看 Kelly 准则

Kelly 比例在期望意义下是最优的，但一直以 Kelly 比例去管理仓位常常会带来令投资人难以忍受的净值波动。前文已经从标准差σ的角度阐述了这一点，本小节将从最大回撤的角度进一步论证。假设我们的初始资金是W_0，最终投资目标（止盈线）是BW_0，止损线是AW_0，其中$B>1>A>0$，每一期的投资比例恒定为$f=\alpha f^*$，可以证明资金最终止盈而没有止损的概率是：

$$P(A,B,\alpha)\approx\frac{1-A^{1-2/\alpha}}{B^{1-2/\alpha}-A^{1-2/\alpha}}$$

这个近似解在每一期的盈亏较小、止盈或止损需要较多轮交易时比较准确，其证明思路来自概率论中著名的“赌徒输光定理（gambler’s ruin theorem）”，此处不做展开。

假设$A=0.5,B=2,\alpha=1$，可计算得$P(A,B,\alpha)=\dfrac{2}{3}$。这意味着如果我们一直以 Kelly 比例去进行投资，有三分之一的可能在资金翻倍之前先回撤到原来的一半！一个更有意思的点在于，此公式不直接依赖于和策略本身有关的参数p,a,b或μ,σ，而只由止损线、止盈线以及仓位大小所决定，也就是说**即使原始策略比较优质，有着较高的胜率和赔率，以一倍的 Kelly 比例去投资依然面临着相当大的回撤风险。**

为了降低这种风险，可以采用分数 Kelly 准则来降低杠杆，但通过减小仓位降低回撤的代价就是投资达到最终目标的期望时间或者说期望交易次数会显著增加。事实上，不断交易直到触碰止盈线A或止损线B的平均交易次数由下式给出：

$$\mathrm{E}(N)\approx\frac{1}{\mathrm{E}(\ln g(f))}\ln\left(\frac{B^{P(A,B,\alpha)}}{A^{P(A,B,\alpha)-1}}\right)$$

下表基于二元损益模型的假设，结合理论推导和 Monte Carlo 模拟两种方法计算了不同仓位下在止损前止盈的概率以及达到止盈止损线所需要的平均交易次数：

图表 4：不同仓位对应的止盈概率与平均交易次数

	仓位/f^*	止盈概率（理论）	止盈概率（模拟）	平均交易次数（理论）	平均交易次数（模拟）
p = 0.55, a = 1.0, b = 1.0, A = 0.5, B = 2.0					
0	1.0	0.667	0.679	46	52
1	0.8	0.739	0.755	68	76
2	0.6	0.834	0.847	110	117
3	0.4	0.941	0.947	191	197
4	0.2	0.998	0.998	383	387

资料来源：银河期货

综合以上分析，分数 Kelly 准则确实是一个权衡了多方面优劣的不错折中选择：

（1）它在保留了一部分 Kelly 比例带来的高期望增长的同时减小了资金的波动与大幅度回撤的概率。

（2）从贝叶斯统计的视角来看，在无信息先验下市场是绝对随机、绝对有效的，我们无法取得超额收益，Kelly 比例 $f_1 = 0$。在加入了历史数据、主观分析、量化模型等等信息后，一个具有正期望的交易策略被设计出来，与其相对应的 Kelly 比例 $f_2 > 0$。最后，应当将先验分布与交易策略对应的似然函数相结合，更新得到一个后验分布，最佳的分数 Kelly 比例正是 f_1 与 f_2 的平均。无信息先验的加入使得我们不容易高估策略的优势，起到了一种正则化的作用，从而降低了策略在样本内过拟合的概率。

2.5 波动率与收益率的负相关性

在海外的诸多文献中，对于目标波动率法能够提升投资组合表现的解释和分析，大都从资产的波动率与收益率长期来看负相关入手，牛长熊短的美国股市确实具有这一特性，在温和上涨阶段加大杠杆，在急剧下跌阶段减小杠杆，可以显著地提升投资组合的表现。然而，中国市场的资产是否具备这种性质，还有待真实数据的检验，下面给出了沪深 300 指数（000300）、10 年国债指数（H11077）和中证商品期货综合指数（H11061）从 2016 年到 2023 年 7 月的 20 日滚动日对数收益率的均值-标准差相关性统计结果：

图表 5：中国市场各大资产的波动率与收益率相关性统计（基于 20 日滚动窗口）

	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023.1—2023.7	2016—2023.7
沪深 300 指数	-0.30	-0.21	-0.22	0.05	-0.26	-0.58	-0.23	-0.29	-0.24
10 年国债指数	-0.57	-0.33	0.24	-0.55	-0.01	0.03	-0.33	0.15	-0.21
中证商品期货综合指数	0.10	-0.11	-0.24	0.24	-0.70	-0.24	-0.19	-0.43	-0.06

资料来源：iFinD，银河期货

为了排除辛普森悖论的影响，我们进行了比较详细的分年度统计，但依然发现在绝大多数时段各资产的波动率与收益率具备比较明显的负相关性，这也为目标波动率法的应用提供了进一步的数据支撑。

3. 中国市场中的实证检验

接下来，我们对中国市场的不同类型资产应用目标波动率法，观察和检验实施了时序波动率锁定的投资组合能否战胜完全不调仓的买入并持有静态配置方案。在历史回测中，我们采用过去 20 个交易日每天对数收益率的标准差作为对未来新一个交易日波动率的估计，进行滚动更新，调仓的频率为周度，并使用当日的期货结算价作为成交价。另一方面，将目标波动率设置为标的资产波动率长期（过去 10 年）的平均水平。

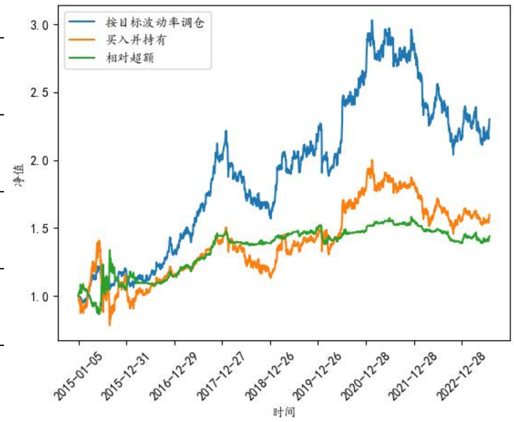
3.1 股票

在权益资产大类中，回测的标的是沪深 300 指数。目标波动率法要求我们能对标的资产灵活地进行杠杆增减，所以选择了 IF 主力合约作为实施该策略的对象（在实际进行资产配置时，可选择股票或 ETF 作为底仓，无需频繁调仓，少部分期货起到多头替代的作用以调整杠杆）。为了在比较时排除期货升贴水的影响，买入并持有的基准策略也将用长期持有等手数的 IF 主力合约进行代理。我们将（年化）目标波动率设定为 15%，

回测时间从 2015 年 1 月 1 日开始到 2023 年 7 月 31 日结束，下面是回测的结果：

图表 6：沪深 300 指数目标波动率法调仓与买入并持有的比较

	年化收益率	年化波动率	夏普率	最大回撤率	卡玛比率
目标波动率	10.2%	15.9%	0.64	32.7%	0.31
买入并持有	5.6%	21.0%	0.27	44.4%	0.13
相对超额	4.3%	12.6%	0.34	22.0%	0.20



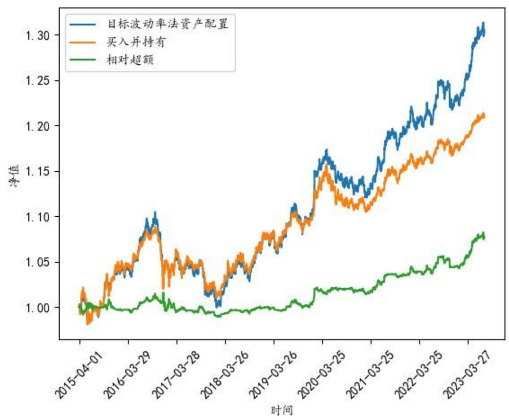
资料来源：银河期货

3.2 债券

在债券资产大类中，回测的标的是十年期国债。基于同样的理由，目标波动率法和基准策略使用的都是 T 主力合约，我们将（年化）目标波动率设定为 3.5%，回测时间从 2015 年 4 月 1 日开始到 2023 年 7 月 31 日结束，下面是回测的结果：

图表 7：十年期国债目标波动率法与买入并持有的比较

	年化收益率	年化波动率	夏普率	最大回撤率	卡玛比率
目标波动率	3.2%	3.6%	0.88	9.5%	0.34
买入并持有	2.3%	3.5%	0.67	7.2%	0.32
相对超额	0.9%	1.4%	0.63	2.6%	0.34



资料来源：银河期货

3.3 商品

在商品资产大类中，我们筛选出了上市时间较长且日均成交量较大的 30 个商品期货品种，并且全面地覆盖了黑色、有色、能化和农业这四个板块。

图表 8：商品组合的构成

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
螺纹钢	焦炭	焦煤	铁矿石	硅铁	锰硅	沪金	沪铜	沪铝	沪镍	沪铅	沪锡	沪锌	橡胶	沥青	玻璃	塑料	聚丙烯	甲醇	PTA	PVC	白糖	菜油	菜粕	豆油	豆粕	豆一	玉米	棉花	鸡蛋
RB	J	JM	I	SF	SM	AU	CU	AL	NI	PB	SN	ZN	RU	BU	FG	L	PP	MA	TA	V	SR	OI	RM	Y	M	A	C	CF	JD

资料来源：银河期货

对于目标波动率法，初始时把所有商品的（年化）目标波动率都统一设定为 20%，使得各品种对总的投资组合具有近似相等的波动贡献，接下来分别独立地根据目标波动率进行调仓，最后将所有商品的资金曲线加和。而在基准策略中则是初始时将资金平均分配给每一种商品（对每种期货配置相同的合约价值且杠杆率均为 1），此后各商品一直持有等量的多头合约，只进行主力合约的移仓换月。回测时间从 2016 年 1 月 1 日开始到 2023 年 7 月 31 日结束，下面是回测的结果：

图表 9：商品目标波动率法与买入并持有的比较

	年化收益率	年化波动率	夏普率	最大回撤率	卡玛比率
目标波动率	13.1%	9.8%	1.34	19.2%	0.68
买入并持有	11.4%	11.0%	1.04	21.1%	0.54
相对超额	1.6%	3.7%	0.42	8.8%	0.18

资料来源：银河期货

注意，商品组合中品种较多，而组合整体的波动率不仅由单个期货品种的波动率决定，还与不同品种之间的相关性有关。在投资组合理论中，高维协方差矩阵的稳健估计是一个很大的挑战，朴素（naive）的估计方法会带来显著的统计误差，本文受到讨论的主题和篇幅所限，没有在这方面深挖，在构建商品组合时忽略了不同品种的相关性而只利用了协方差矩阵对角线上的信息进行优化，所以相关性的剧烈变化会对商品组合整体的目标波动率锁定效果造成一定的负面影响。但在经过了大量的回测检验后，笔者发现了下面这个比较实用的经验法则：如果选择的期货品种足够多而分散，使得投资组合内具有许多低相关的资产对，这时当我们把每个期货品种的波动率锁定为 σ 时，投资组合的波动率大约会稳定在 $\frac{\sigma}{2}$ 左右。比如在本回测中，单个期货品种的年化目标波动率被设置为 20%，回测结果显示商品组合的波动率在 10%附近。

3.4 多资产组合配置

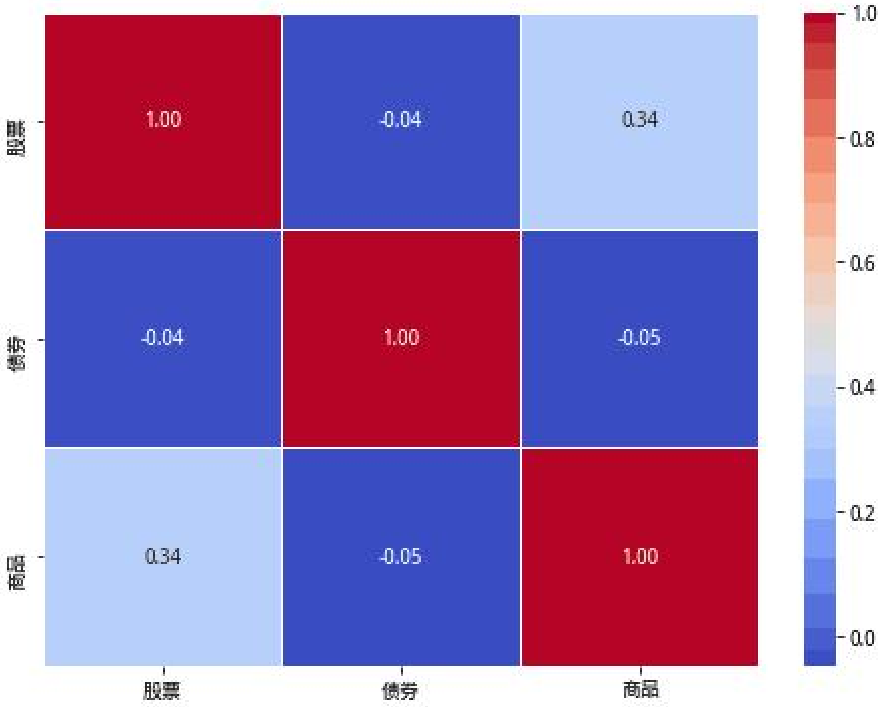
在此基础上，接下来将进行股票、债券、商品三种大类资产的组合配置。首先，将三类资产的目标波动率设定在同一水平（这一思路与截面上的风险平价一致），将其记为σ_0。其次，要决定的是整个投资组合的目标波动率σ_{target}，对此我们选择了高风险、中风险和低风险这三个不同的配置参数：

$$\sigma_{high}=15\% \quad \sigma_{middle}=10\% \quad \sigma_{low}=5\%$$

使用目标波动率法进行资产配置的一大优势就在于可以清晰、简明而灵活地刻画和调控投资组合的风险等级，基于同一底层策略按投资者的需要构建出具有不同风险特性的组合。

在这一层次，由于资产只有三种（股、债、商），数量较少，所以对相关性矩阵的估计会比较有效和稳定，下面根据 2005 年 1 月 1 日到 2016 年 1 月 1 日沪深 300 指数、国债指数和中证商品期货综合指数每日收盘价数据计算了股票、债券、商品三类资产对数收益率的相关性矩阵：

中国市场股票、债券和商品的收益率相关性矩阵（2005~2015）



资料来源：iFind，银河期货

可以看到，股票和商品之间的相关性相对较高（0.3 左右），而债券与股票、债券与商品的相关性都低到了 0 左右。在这种情况下，为了降低投资组合整体的波动率，应当适当高配与其他品种低相关的资产，适当低配与其他品种高相关的资产，也就是高配债券而低配股票和商品。定量地来说，设股票、债券、商品三类资产组合的日对数收益率为R_1,R_2,R_3，对应的权重分别为w_1,w_2,w_3，则总投资组合的收益率为

$$R = w_1R_1 + w_2R_2 + w_3R_3$$

我们来最小化整体的波动率：

$$(w_1, w_2, w_3)_{\text{optimal}} = \arg\min \text{Var}(R)$$

服从的约束条件为 $w_1, w_2, w_3 \geq 0 \quad w_1 + w_2 + w_3 = 1 \quad \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{243}}$

由此解得最优权重 $w_1 = 0.3, w_2 = 0.4, w_3 = 0.3$，即配置30%的股票，40%的债券和30%的商品（最优权重仅和相关性系数 $\rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{23}$ 有关而与 $\sigma_{\text{target}}, \sigma_0$ 无关）。而单一资产的目标波动率 σ_0 由整体的目标波动率 σ_{target}、三类资产的两两相关系数 $\rho_{12}, \rho_{13,} \rho_{23}$ 以及三个最优权重 w_1, w_2, w_3 所唯一确定，不属于需要进行优化的变量。

我们按此权重将等波动率化的沪深300股指期货、十年期国债期货和商品期货组合起来，每隔一个季度（61个交易日）进行一次大类资产间的调仓再平衡，使得权重恢复为 $w_1 = 0.3, w_2 = 0.4, w_3 = 0.3$，就得到了基于目标波动率锁定的大类资产配置策略。为了进行业绩比较，将基准设定为初始时用三分之一的资金分别配置沪深300股指期货、十年期国债期货和商品期货组合，杠杆率均为1，中间除了主力合约移仓换月外不进行其他调仓。回测时间从2016年1月1日开始到2023年7月31日结束，策略设定了低、中、高三种不同的目标波动率，分别进行结果展示：

图表11：目标波动率法大类资产配置（低风险，$\sigma_{target} = 5\%$）

	年化收益率	年化波动率	夏普率	最大回撤率	卡玛比率
目标波动率	9.5%	5.2%	1.84	7.2%	1.32
买入并持有	6.8%	7.3%	0.93	14.5%	0.47
相对超额	2.5%	5.1%	0.50	9.6%	0.27

资料来源：银河期货

图表 12：目标波动率法大类资产配置分年度表现（低风险，$\sigma_{target} = 5\%$）

	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023.1-2023.7
年化收益率	15.6%	8.0%	0.4%	13.1%	14.9%	13.2%	-0.5%	14.0%
年化波动率	5.8%	5.3%	5.0%	4.6%	5.0%	5.0%	5.4%	4.5%
夏普率	2.69	1.51	0.08	2.87	2.95	2.63	-0.10	3.14
最大回撤率	6.1%	5.3%	3.6%	3.9%	3.8%	2.2%	4.8%	1.8%
卡玛比率	2.55	1.53	0.11	3.36	3.91	6.09	-0.11	7.88

资料来源：银河期货

图表 13：目标波动率法大类资产配置（中风险，$\sigma_{target} = 10\%$）

	年化收益率	年化波动率	夏普率	最大回撤率	卡玛比率
目标波动率	17.3%	8.9%	1.94	11.9%	1.45
买入并持有	6.8%	7.3%	0.93	14.5%	0.47
相对超额	9.8%	6.3%	1.57	7.8%	1.27

资料来源：银河期货

图表 14：目标波动率法大类资产配置分年度表现（中风险，$\sigma_{target} = 10\%$）

	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023.1-2023.7
年化收益率	28.6%	14.5%	0.9%	23.6%	28.4%	23.6%	-0.4%	25.2%
年化波动率	9.8%	9.1%	8.5%	7.8%	8.5%	8.7%	9.2%	7.6%
夏普率	2.91	1.59	0.10	3.03	3.36	2.73	-0.04	3.30
最大回撤率	10.2%	8.8%	6.2%	6.6%	6.0%	3.7%	7.7%	2.7%
卡玛比率	2.81	1.64	0.14	3.61	4.71	6.39	-0.05	9.31

资料来源：银河期货

图表 15：目标波动率法大类资产配置（高风险，$\sigma_{target}=15\%$）

	年化收益率	年化波动率	夏普率	最大回撤率	卡玛比率
目标波动率	28.0%	13.7%	2.04	17.3%	1.62
买入并持有	6.8%	7.3%	0.93	14.5%	0.47
相对超额	19.8%	9.9%	2.00	11.9%	1.66

资料来源：银河期货

图表 16：标波动率法大类资产配置分年度表现（高风险，$\sigma_{target}=15\%$）

	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023.1-2023.7
年化收益率	47.0%	23.2%	1.7%	38.1%	48.7%	37.3%	0.3%	40.3%
年化波动率	14.7%	13.8%	12.9%	11.8%	12.5%	13.1%	13.7%	11.5%
夏普率	3.21	1.68	0.13	3.24	3.91	2.86	0.02	3.50
最大回撤率	14.8%	13.0%	9.4%	9.7%	8.4%	5.5%	10.6%	3.7%
卡玛比率	3.17	1.78	0.18	3.92	5.84	6.80	0.03	10.88

资料来源：银河期货

可以发现，无论是低风险等级、中风险等级还是高风险等级的的目标波动率大类资产组合都相对基准取得了比较稳定的超额收益，且超额收益的稳定性随着目标波动率的提高进一步有所提升，但这并不意味着可以无限制地加杠杆来增大目标波动率，Kelly 准则已经告诉了我们这种扩张的边界，一定要让仓位停留在抛物线最高点的左侧。另一方面，在杠杆交易中要尤其注意保证金风险和尾部风险，不可针对整体的夏普率去过度优化，在重大风险事件发生时留下充分的余地。按照我们对 Kelly 公式的理论分析，发生较大回撤的概率会随着杠杆率的加大非线性地增长，所以在对单资产回测中看到了在有些时段目标波动率法的回撤甚至超过了基准的回撤，在实践中应用这套理论时要预留足够的安全边际。当目标波动率设置为 15%时，投资组合的最大回撤率已经超过了基准的水平，而投资组合的平均保证金率（持仓风险度）大约在 20%左右，此时在所有资产同时下跌、不同资产间相关性陡增时还能保持充足的弹性以应对可能发生的最坏情况。

4. 总结与展望

本文从理论分析、数值模拟和实证检验这三个维度对基于目标波动率的投资组合管理策略进行了比较全面细致的梳理和解读，构建了一套**思路简明、逻辑自洽而回测有效**的量化资产组合配置框架。但依然有许多技术细节和微妙之处是值得我们未来去进一步研究的：

（1）在根据目标波动率进行动态调仓时，调仓的精度是和资产的整体规模相关的，实践中只能进行离散的仓位增减而无法连续平滑地将杠杆率调整至预设目标。如果某一资产的持仓规模较小，离散调仓与连续调仓会产生较大差距，如此一来会对目标波动率法的效果产生影响吗？这是个在实践中很值得思考的问题，回测与实盘的表现差异很可能与这一因素挂钩。

（2）本文中依照波动率的聚集效应，采用历史平均法对预期波动率进行了比较简单而粗糙的估计。然而，根据 George Mylnikov 于 2021 年在《The Journal of Portfolio Management》上发表的论文《Volatility Targeting: it's Complicated !》，一个精准的波动率预测模型可以显著地提升目标波动率法的收益表现。而正如我们在前文中所论述的那样，理论上对波动率的预测能比对收益率的预测做得更加有效而稳健，所以这是一个性价比很高的改进方向。

（3）波动率是否一定应该与仓位的大小负相关呢？这是不一定的，我们只是从风险管理的角度得出了这一结论，如果从其他视角去分析，有可能做出截然相反的决定。例如对于 CTA 中的趋势跟踪策略，有大量研究表明趋势的出现常常伴随着波动率的急剧变动，特别是波动率从小到大的过程，而趋势跟踪策略要想充分获利，需要在这一波动率增长的过程中加大仓位，这时波动率因子与仓位是正相关的。所以一个完整的模型需要把多方面的信息融合起来，在这种情况下我们可以考虑把波动率因子作为预测收益率的输入变量，完成对收益率的预测后再去做目标波动率锁定。

（4）在构建大类资产组合的过程中，我们先将资产划分为股票、债券和商品三类，再对子资产做进一步的细化拆分（本文为简单起见只对期货品种较多的商品进行了拆分，原则上股票和债券内部也能进行再组合），这其实是一种层次聚类(hierarchical clustering)的思想。Marcos Lopez de Pardo 提出了分层风险平价(hierarchical risk parity)，以数据驱动的方式来做层次聚类，分成小类后做风险平价时就不再需要对高维的协方差矩阵求逆，模型的参数稳健性大大提升，我们希望借鉴这种思路将资产间的相关性信息利用起来，使得不仅能实现对单资产和少量资产组合的目标波动率锁定，还能让包含大量资产的投资组合整体的波动率也具有更加平稳的时序性质。

Richard Grinold 在他的著作《主动投资组合管理》(Active Portfolio Management)中提出了主动管理基本定律(The Fundamental Law of Active Management)：

$$IR = IC \cdot \sqrt{\text{Breadth}}$$

一个投资策略的表现由其信息比率（Information Ratio）来衡量，而信息比率可以被分解成两部分：

（1）信息系数（Information Coefficient）：它是策略的预测与真实结果之间的相关性，代表了投研的深度。

（2）宽度(Breadth)：它是单位时间内策略做出的**独立**预测数目，代表了投研的广度。

笔者在网络上看到了一段对这一定律诙谐幽默而引人深思的解读：二级市场上只有两种赚钱的方式，第一种是知道别人不知道的（用阿尔法的信息优势去捕捉**暂时的错误定价**），第二种是忍受别人不能忍的（系统性地收集和承担**长期的风险溢价**）。

策略组合和投资组合的核心就在于第二点——扩大投研的广度，去系统性地承受和忍耐市场的波动，凭借科学合理的风险管理方案去化解来自单一资产、策略或因子的风险。都说多样化是投资中唯一的免费午餐，但如何优雅地吃下这顿午餐，依然包含着许多学问。例如大家都知道低相关的策略能够起到相互对冲、平滑损益曲线的作用，但如果这两个策略的波动率相差较大或不够稳定，就会让对冲的效果大打折扣，这也是目标波动率和风险平价起作用的一个关键。总而言之，笔者希望通过一系列风险管理和投资组合管理方面的研究，与读者一同探讨忍耐中的智慧。

5.附录

5.1 二元盈亏下的 Kelly 准则推导

设我们的初始资金量为W_0，在进行了n轮交易游戏后的资金量为W_n。每一轮游戏只有成功和失败这两种结果，且胜率是p；如果胜利，收益率是b；如果失败，收益率是$-a$。同时假设每轮投入总资金量的固定比例f，这样一来进行了n轮游戏后的资金量就是：

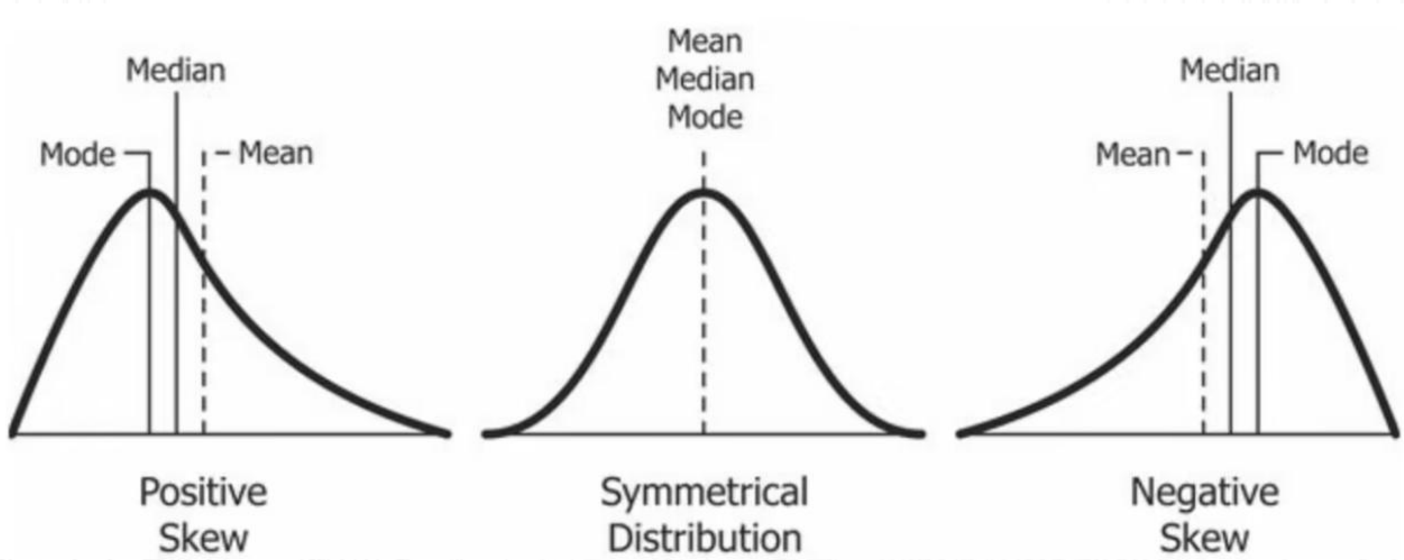
$$W_n = W_0(1+fb)^{N_1}(1-fa)^{N_2}$$

其中N_1和N_2这两个随机变量分别代表成功和失败的次数，满足$N_1+N_2=n$。

定义$g(f)=(1+fb)^{N_1/n}(1-fa)^{N_2/n}$为资金的增长率（growth rate），它是每轮游戏收益率的几何平均值。

一个直观的想法是，能否选择f去最大化$\mathrm{E}(g(f))$呢？这是行不通的，因为$g(f)$具有高度正偏的概率分布。这种分布的一个特点是，平均值不仅远大于中位值，甚至可以远大于99%分位值，也就是说平均值不能代表整体的分布状况。从这种分布中进行抽样大概率得到的都是比数学期望小得多的结果。如果执意去优化$\mathrm{E}(g(f))$，在单轮游戏期望收益为正的条件下会得到每一轮都应投入全部资金的结论。因为这类分布的高期望完全是靠右侧长尾上的极端情形取得的，而丝毫不在乎左侧的风险。事实上，这种优化方案的最终破产概率也是1。

图表 14：不同偏度概率分布的可视化



资料来源：网络

我们可以从下面两个角度来调和这种矛盾，但最终都殊途同归：

（1）既然问题是$g(f)$的均值不具有代表性导致的，那可不可以去优化一个能反映$g(f)$整体分布情况的统计量，比如中位数呢？考虑对$g(f)$取对数，将累乘变为累加，使其更加适用大数定律和中心极限定理的使用条件。在n充分大时，$\ln g(f)$将收敛到正态分布，而$g(f)$将收敛到对数正态分布。一个既在意料之外又在情理之中的思路是，最大化对数正态分布的中位值等价于最大化其对应正态分布的中位值，而因为正态分布的中位值就是其平均值，所以去最大化资金的平均对数增长率（log growth rate）$\mathrm{E}(\ln g(f))$是一个很不错的解决方案。通过取对数的方式，我们减轻了原分布中的高偏度特性，得到一个分布更加对称的随机变量$\ln g(f)$，从而让期望值能代表整体的分布情况。

（2）优化$\mathrm{E}(g(f))$的问题在于只考虑了$g(f)$很大时的收益，忽视了$g(f)$很小时的风险，那我们可以使用一个凸的效用函数，来表达财富增长时的边际效用递减和财富减少时对风险的厌恶和警惕，一个自然的选择同样也是取对数，让$\ln g(f)$作为盈亏的效用，我们要优化的不是期望收益而是期望效用。

综上，需要优化的目标函数是

$$\mathrm{E}(\ln g(f)) = p\ln(1+fb)+(1-p)\ln(1-fa)$$

在上式中对f求导并将导数设定为0便得到了仓位分配的最优比例（Kelly 比例）：

$$f^{*}=\frac{p}{a}-\frac{q}{b}$$

其中$q=1-p$是每一轮失败的概率。

5.2 连续盈亏下的 Kelly 准则推导

我们基于两种不同的方法在不同的假设下来推导连续盈亏下的Kelly准则，输入参数只有单期收益率的期望μ和波动率σ。

（1）渐近展开法：

第一种方法中假设时间序列是离散的，设第n期的财富为W_n，第n期交易的收益率为R_n，每期投入交易的

财富比例为 f，那么有如下的递推公式：

$$W_{n+1} = W_n + fW_nR_n$$

所以在进行了 n 轮交易后，总财富是：

$$W_n = W_0 \prod_{i=1}^{n} (1 + fR_i)$$

上式两边同时取对数，有：

$$\ln W_n = \ln W_0 \sum_{i=1}^{n} (1 + fR_i)$$

因此资金的对数增长率为：

$$\ln g(f) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \ln(1 + fR_i)$$

假设收益率 R_i 独立同分布，可统一记为随机变量 R，其概率密度函数为 $\varphi(r)$，则可将资金对数增长率的期望表示成：

$$\mathrm{E}(\ln g(f)) = \int \ln(1 + fr)\varphi(r)dr$$

为了寻找最优的 f 使得 $\mathrm{E}(\ln g(f))$ 最大化，我们对 f 求导，令其导数为 0：

$$\frac{d\mathrm{E}(\ln g(f))}{df} = \int \frac{r\varphi(r)}{1 + fr}dr = \mathrm{E}(\frac{R}{1 + fR}) = 0$$

在此基础上，假设每次交易里我们的优势都很小，即 R 比较接近 0（很不幸的是，这是个相当符合现实的假设），那么投入的资金比例 f 也会比较小，在此条件下可将上式展开为关于 fr 的幂级数：

$$0 = \mathrm{E}(\frac{R}{1 + fR}) = \int r\varphi(r)(1 - fr + f^2r^2 - f^3r^3 + \cdots)dr \approx \int r\varphi(r)dr - f\int r^2\varphi(r)dr$$

在只保留前两阶展开项的情况下，我们发现线性项正好对应 R 的均值 μ，二次项正好对应 R 的方差 σ^2，所以Kelly 比例可表示为

$$f^* = \frac{\mu}{\sigma^2}$$

（2）随机微分方程法：

第二种方法中假设时间序列是连续的，假定我们所投资的资产价格或某一策略的净值服从漂移率为 μ，波动率为 σ 的几何布朗运动，仓位比例为 f，那么 t 时刻的总财富 W_t 服从下面这个随机微分方程：

$$dW_t = \mu f W_t dt + \sigma f W_t dB_t$$

其中 B_t 是一个标准布朗运动。使用伊藤引理对 $\ln W_t$ 求微分可得到此方程的解：

$$W_t = W_0 \exp[(-\frac{1}{2}\sigma^2 f^2 + \mu f)t + f^2\sigma^2 B_t]$$

从而对数增长率的期望是：

$$\mathrm{E}(\ln g(f)) = -\frac{1}{2}\sigma^2 f^2 + \mu f$$

这是一个关于 f 的二次函数，其最大值在 $f^* = \frac{\mu}{\sigma^2}$ 处取到。

5.3 累计盈亏的概率分布演化

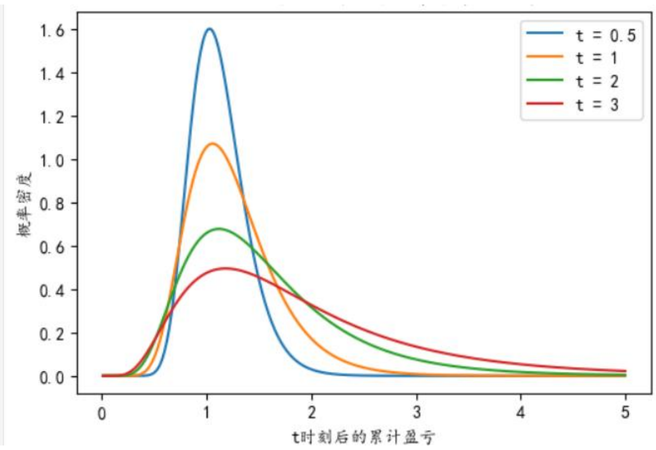
前文通过大量的理论分析和数值模拟，从期望、波动、回撤的角度建立了对 Kelly 仓位管理策略优劣的直观感受，它们都是累计盈亏 $\frac{W_t}{W_0}$ 的不同侧面。实际上，我们已经用随机微分方程法推导出了 $\frac{W_t}{W_0}$ 的概率分布，即有：

$$\frac{W_t}{W_0} \sim \mathrm{Lognormal}((\mu f - \frac{1}{2}\sigma^2 f^2)t, f^2\sigma^2 t)$$

下面我们固定参数 $\mu = 0.2$，$\sigma = 0.3$，分别绘制了 $\alpha = 0.5,1,2$ 这三种仓位设置下 $\frac{W_t}{W_0}$ 的概率密度函数随时间的演化图。可以看到，随着时间的推移，概率密度均从初始状态 1 逐渐扩散开来，但不同仓位对应的扩散

模式却各有千秋。在$\alpha=0.5$的半Kelly仓位下，概率密度函数随着时间的增加在慢慢向右移动，表现为峰值、中位值、平均值都在逐渐增大；在$\alpha=1$的全Kelly仓位下，概率密度函数随着时间的增加却是在向左移动，平均值和中位值的增大抵消不掉峰值的不断减小，且无论在哪个时间点峰值都小于1，这就解释了为什么全Kelly仓位常常会带来较大的回撤；在$\alpha=2$的过Kelly仓位下，概率密度函数迅速左移，峰值快速缩减，中位值保持不变，只有平均值还在增长。但正如我们前面推导Kelly准则时所阐述的那样，对这种偏度很大的概率分布来说，平均值已经不再具有代表性意义。

图表 15：$\alpha=0.5$时的累计盈亏概率分布演化图



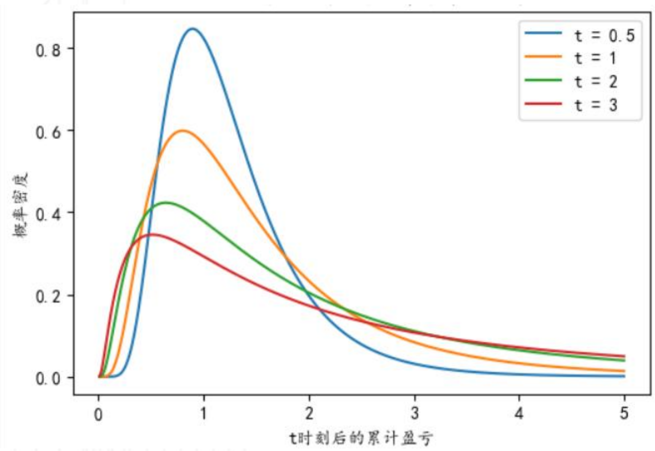
资料来源：银河期货

图表 16：$\alpha=0.5$时的累计盈亏概率分布统计量

时间	平均值	中位值	峰值	偏度
0.5	1.1175	1.0869	1.0282	0.0137
1.0	1.2488	1.1814	1.0571	0.0403
2.0	1.5596	1.3956	1.1175	0.1241
3.0	1.9477	1.6487	1.1814	0.2488

资料来源：银河期货

图表 17：$\alpha=1.0$时的累计盈亏概率分布演化图



资料来源：银河期货

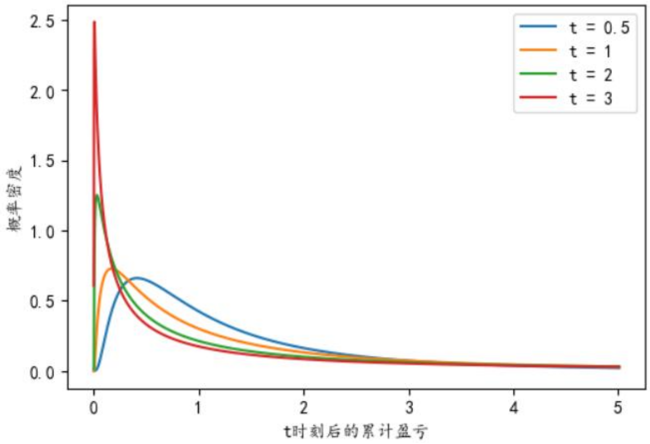
图表 18：$\alpha=1.0$时的累计盈亏概率分布统计量

时间	平均值	中位值	峰值	偏度
0.5	1.2488	1.1175	0.8948	0.1241
1.0	1.5596	1.2488	0.8007	0.4186
2.0	2.4324	1.5596	0.6412	1.7144
3.0	3.7937	1.9477	0.5134	4.6694

资料来源：银河期货

图表 19：$\alpha=2.0$时的累计盈亏概率分布演化图

图表 20：$\alpha=2.0$时的累计盈亏概率分布统计量



资料来源：银河期货

时间	平均值	中位值	峰值	偏度
0.5	1.5596	1.0	0.4111	1.7144
1.0	2.4324	1.0	0.1690	10.9021
2.0	5.9167	1.0	0.0286	198.3159
3.0	14.3919	1.0	0.0048	2959.3962

资料来源：银河期货

作者承诺

本人具有中国期货业协会授予的期货从业资格证书，本人承诺以勤勉的职业态度，独立、客观地出具本报告。本报告清晰准确地反映了本人的研究观点。本人不曾因，不因，也将不会因本报告中的具体推荐意见或观点而直接或间接接收到任何形式的报酬。

免责声明

联系方式

银河期货有限公司　　金融衍生品研究所

北京：北京市朝阳区建国门外街道 8 号北京财源国际中心 A 座 31 层

上海：上海市虹口区东大名路 501 号白玉兰广场 28 层

网址：www.yhqh.com.cn

邮箱：yhqhjrscb@chinastock.com.cn

电话：400-886-7799